

ALGÈBRE DE BOOLE

*Michel Adam - François Mexicil - François Morice - Philippe Portejoie*

**Remarque préliminaire**

Cet énoncé comporte plus d'exercices qu'il est possible d'en faire en une séance de TD. La pratique étant le meilleur moyen d'appréhender le calcul booléen, il est vivement conseillé de rechercher à titre personnel les solutions des exercices non abordés.

**1) Démontrez que :**

$a+ab = a$	$a(a+b)=a$	$(x+y)(y+z)(z+x)=xy+yz+xz$
------------	------------	----------------------------

**2) Simplifiez les expressions suivantes :**

$$f_1 = a + \bar{a} + ab + \bar{a}bc$$

$$f_2 = (a+b)(a+c) + (b+c)(b+a) + (c+a)(c+b)$$

$$f_3 = (a+b+c)(a+\bar{b}+c)(a+\bar{b}+\bar{c})$$

**3) Refaites l'exercice précédent en passant par la forme duale des expressions.**

**4) Simplifiez les expressions suivantes :**

$f_1 = \bar{a}b + \bar{a} + \bar{c} + ab\bar{c} + a\bar{b}\bar{c}$	$f_2 = wxyz + wxz + w\bar{y}z + \bar{y}z$
$f_3 = ab + \bar{b}c + b\bar{c} + \bar{a}bc + \bar{a}\bar{b}\bar{c}$	$f_4 = a\bar{b} + \bar{a}\bar{b} + bc + \bar{b}\bar{c}$
$f_5 = (\bar{a}b + c) + \bar{b}\bar{c}$	$f_6 = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}bc + a\bar{b}c + abc$
$f_7 = (a\bar{b} + c + b\bar{d})(\bar{b} + c)$	$f_8 = ab + c(\bar{a} + \bar{b})$
$f_9 = (a + \bar{a}b)(b + bc)$	$f_{10} = (a + \bar{a}\bar{b})(\bar{a} + b)(\bar{a} + \bar{b})$
$f_{11} = (a + b)(c + \bar{b}) + b(\bar{c} + \bar{a})$	$f_{12} = (\bar{a}\bar{b} + c)(\bar{a} + \bar{b})$
$f_{13} = ac + b(\bar{b} + c)(\bar{a} + b\bar{c})$	$f_{14} = (a + (\bar{a} + \bar{b}))(\bar{a} + (\bar{b}\bar{c}))$
$f_{15} = (a\bar{c} + \bar{b}c)(\bar{a}b + \bar{a}c + a\bar{b}\bar{c})$	$f_{16} = ab + (\bar{a} + \bar{b})b$

**5) Déterminez la première forme canonique des expressions suivantes :**

$f_1 = (a+b)c$	$f_2 = a+bc$	$f_3 = a+b\bar{c}$
$f_4 = a\bar{c} + \bar{a}b\bar{c}$	$f_5 = (a+b+c)(\bar{a} + \bar{b} + c)$	

**6) Déterminez la seconde forme canonique des expressions de l'exercice précédent.**

**7) Exprimez les fonctions booléennes définies ci-après par leur table de vérité ; simplifiez chacune d'elles à l'aide d'un tableau de Karnaugh.**

x	y	z	f1	f2	f3	f4
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	1	0

**8) Suggestion de travail personnel (en auto-correction)**

8.1) Vérifiez les solutions de l'exercice 4 en simplifiant les expressions à l'aide de tableaux de Karnaugh

8.2) A partir de leur expression sous première forme canonique (cf table de vérité de l'exercice 7), simplifiez f1, f2, f3 et f4 algébriquement.

8.3) Refaites l'exercice 7 en partant de la table de vérité mais en cherchant à exprimer f1, f2, f3 et f4 sous leur forme complémentée que vous simplifierez algébriquement. Vous vérifierez vos solutions par des tableaux de Karnaugh.

8.4) Calculez le complément des fonctions f1, f2, f3 et f4 de l'exercice 7 en partant cette fois-ci de leur expression simplifiée telle que donnée en correction. Vous comparerez vos solutions à celles trouvées en 8.3).

**9) Pour chacune des 4 fonctions simplifiées trouvées lors de l'exercice 7, établissez algébriquement la première et la seconde forme canonique, en vérifiant à chaque fois votre solution par la table de vérité.**